

## Równania liniowe wyższych rzędów

**Zadanie 5.1.** Rozwiązać równanie:

(a)  $y'' - y' = 0$ ;

(e)  $y'' - y' = e^x + e^{2x} + x$ ;

(b)  $y'' + y = 0$ ;

(f)  $y'' - 4y = e^x[(-4x + 4) \cos x - (2x + 6) \sin x]$ ;

(c)  $y'' + y = \sin x + \cos 2x$ ;

(g)  $y'' + y = e^x$ ;

(d)  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$ , gdzie  $x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ ;

(h)  $y'' + y = 2 \sin x - \cos x$ .

**Zadanie 5.2.** Rozwiąż równanie:

(a)  $y''' - 8y = 0$ ;

(c)  $y''' + 3y' - 4y = 0$ ;

(b)  $y''' - y'' = 0$ ;

(d)  $y''' - 13y' - 12y = 0$ .

**Zadanie 5.3.** Rozwiąż równanie:

(a)  $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$ , gdzie  $x > 0$ ;

(c)  $x^2y'' - 3xy' + 5y = 0$ , gdzie  $x > 0$ ;

(b)  $x^2y'' - xy' + y = 0$ , gdzie  $x > 0$ ;

(d)  $x^2y'' + xy' + 4y = 0$ , gdzie  $x > 0$ .

**Zadanie 5.4.** Ciężarek o masie 25 dag rozciąga sprężynę o 62,5 cm. Zakładając, że wartość siły tłumienia jest równa co do wartości podwojonej prędkości chwilowej ciężarka, wyznacz równanie ruchu wiedząc, że ciężarek jest wypuszczony z punktu równowagi z prędkością skierowaną ku górze o wartości 3m/s. (Dla prostoty w zadaniu przyjmujemy, że wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi 10 m/s<sup>2</sup>).

# Odpowiedzi

W poniższych odpowiedziach nie uwzględniono zakresu zmienności stałych dowolnych  $C_i$  oraz obszaru określoności odpowiednich rozwiązań.

**Zadanie 5.1.** (a)  $y = C_1 + C_2e^x$ ,

(b)  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ ,

(c)  $y = -\frac{1}{2}x \cos x - \frac{1}{3} \cos 2x + C_1 \cos x + C_2 \sin x$ ,

(d)  $y = \frac{1}{4}[\ln(\cos 2x) + C_1] \cos 2x + \frac{1}{2}(x + C_2) \sin 2x$ ,

(e)  $y = C_1 + C_2e^x + xe^x + \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}x^2 - x$ ,

(f)  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x} + e^x(x \cos x + \sin x)$ ,

(g)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x$ ,

(h)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - x \cos x - \frac{1}{2}x \sin x$ .

**Zadanie 5.2.** (a)  $y = C_1e^{2x} + e^{-x}(C_2 \cos \sqrt{3}x + C_3 \sin \sqrt{3}x)$ ,

(b)  $y = C_1 + C_2x + C_3e^x$ ,

(c)  $y = C_1e^x + e^{-\frac{1}{2}x}(C_2 \cos \frac{1}{2}\sqrt{15}x + C_3 \sin \frac{1}{2}\sqrt{15}x)$ ,

(d)  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{4x} + C_3e^{-3x}$ .

**Zadanie 5.3.** (a)  $y = C_1x + C_2x^2$ ,

(b)  $y = C_1x + C_2x \ln x$ ,

(c)  $y = x^2[C_1 \cos(\ln x) + C_2 \sin(\ln x)]$ ,

(d)  $y = C_1 \cos(2 \ln x) + C_2 \sin(2 \ln x)$ .

**Zadanie 5.4.**  $x(t) = -3te^{-4t}$  dla  $t \geq 0$ .